

# 基于自定义群智能算法和斑马算法的多波束测线布线方案设计

## 摘要

本文针对多波束测线布线方案优化问题，建立多个几何模型、斜坡情况下的测线长度优化模型以及任意海水深度分布的海域测线布设优化模型，分别采用自定义群智能算法和引入非支配排序的斑马算法进行求解，并对所建立的模型进行了特殊值验证。

**针对问题一**，本文建立建立多波束测深的覆盖宽度和重叠率模型。本文以测线边界与坡面的交点在水平面的投影之间的距离为覆盖宽度，并根据题目所给相邻条带间重叠率定义制定本题的相邻条带间重叠率计算方式，接着运用平面几何知识推导出海水深度和重叠率的计算公式，最终对所建立的模型进行特殊值验证，并通过 MATLAB 求解得到的指定数据的模拟结果。

**针对问题二**，本文建立多波束测深的覆盖宽度模型。本文构造以船的测线方向为对角线的菱柱体，并在菱柱体中利用角度关系推出等效坡度倾角，完成问题二向问题一的转化，从而完成任意测线方向的多波束测深的覆盖宽度的定义，并对所建立的模型进行特殊值验证，最终通过 MATLAB 求解得到的指定数据的模拟结果。

**针对问题三**，本文建立斜坡情况下的测线长度优化模型，采用自定义群智能算法进行求解。本文首先利用几何推导，测线设计的可行范围，再以最小化测线的总长度为目标，测线的探测范围覆盖整个待测海域和测线的重叠率为约束建立斜坡情况下的测线长度优化模型，并利用自定义群智能算法进行求解，最终得到的布线方案的最短总测线长度为 68 海里。

**针对问题四**，本文建立任意海水深度分布的海域测线布设优化模型，采用引入非支配排序的斑马算法进行求解。本文以待测海域漏测面积最小化、相邻条带间重叠率大于 20% 部分的测线长度最小化以及为目标，建立优化模型，采用引入非支配排序的斑马算法进行求解，最终得到的测线布线方案的总测线长度为 201.4 海里，漏测百分比为 10.41%，重叠率大于 20% 部分的测线总长度为 11.1 海里。

**本文亮点**：1. 本文受到遗传算法以及粒子群算法等群智能算法的启发，针对问题三解向量长度可变问题，设计了针对性更强的群智能算法，解决了经典群智能算法无法求解不定长解向量的问题；2. 本在建立多波束测深覆盖宽度的模型的过程中引入了菱柱体辅助模型的建立，简化了等效角度的计算。

**关键词**：多波束测线布线方案设计 多波束测深的覆盖宽度模型 斜坡情况下的测线长度优化模型 引入非支配排序的斑马算法 自适应子海域划分

# 1 问题重述

## 1.1 问题背景

随着声波技术的快速发展，基于声波在水中的传播特性开发的波束测深技术已被用于水体深度的测量。单波束测深利用单点连续的测量方法测量水体一点处的深度，但其测量数据具备过度密集、测线间无数据的缺点。多波束测深系统基于单波束测深技术的缺点提出改进，通过一次发射多条波束实现一定宽度的全覆盖测量。多波束测深系统具有波束窄、辐射面大、实施效率高等特点，具备优良地形探测效果<sup>[1]</sup>，故通过建立数学模型研究多波束测线问题具备十分重要的研究意义。

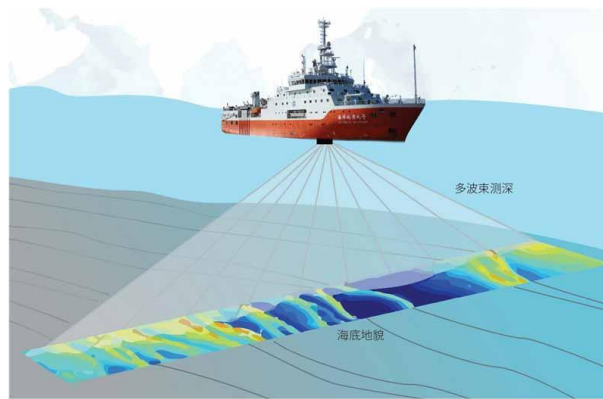


图1 多波束测线布线

## 1.2 问题重述

针对多波束测线问题，基于问题给出的多波束测深系统原理，建立数学模型解决如下问题：

**问题一：**参考问题给出的多波束测深系统在平坦海域的覆盖宽度及相邻条带之间重叠率的定义，建立在海底为坡面且坡面与测线方向垂直的情况下的覆盖宽度及相邻条带之间重叠率的数学模型；

**问题二：**针对一个矩形待测海域，建立在海底为坡面且坡面法向与测线方向在水平面上投影夹角为 $\beta$ 的情况下的覆盖宽度及相邻条带之间重叠率的数学模型；

**问题三：**针对一个海底为坡面的矩形待测海域，建立优化模型，以测量长度最短为目标，设计一组满足测量覆盖整个海域和相邻条带重叠率约束的一组最优测线；

**问题四：**基于问题给出的对待测海域的单波束测深数据，建立多目标优化模型，以最小化相邻条带重叠率、最小化测线总长度、最大化测量覆盖率为目标，设计一个兼顾各方面目标的多波束测线的布线方案。

## 2 模型的假设

为便于模型建立，本文做出如下假设：

1. 假设测线在其探测区域内一定是直线；
2. 假设同一探测区域内的测线间相互平行；
3. 假设测线一定达到区域的边界，不会停在海域中间；
4. 假设问题四的海域的各条测线间距相等；
5. 假设问题四的海域足够平滑，不存在未测区域的水深突变。

## 3 符号的定义与说明

符号	意义
$D_c$	中心点深度
$\alpha$	坡面角度
$d$	测线距中心点处距离
$W_i$	第 $i$ 条测线的测量覆盖宽度
$D_i$	第 $i$ 条测线下方水深
$\eta$	相邻条带之间重叠率
$\theta$	多波束换能器的开角
$d$	相邻测线的距离

注：未列出的以及重复的符号均以首次出现处为准

## 4 问题一: 多波束测深覆盖宽度和重叠率模型的建立与求解

### 4.1 问题分析

针对问题一, 本文需要在一定坡度的海域中, 测线方向与坡面平行的条件下, 建立多波束测深的覆盖宽度和重叠率模型。针对覆盖宽度模型的建立, 本文选取波束的覆盖长度在水平面的投影长度作为多波束测深的覆盖宽度, 利用坡面角度、换能器开角和海水深度建立覆盖宽度模型的建立; 针对多波束测深的重叠率模型的建立, 本文参考问题背景对多波束测深的重叠率的定义, 本文利用重叠部分长度与前一条测线的第二部分覆盖宽度和当前测线的第一段覆盖宽度的和的比值作为相邻条带的重叠率。

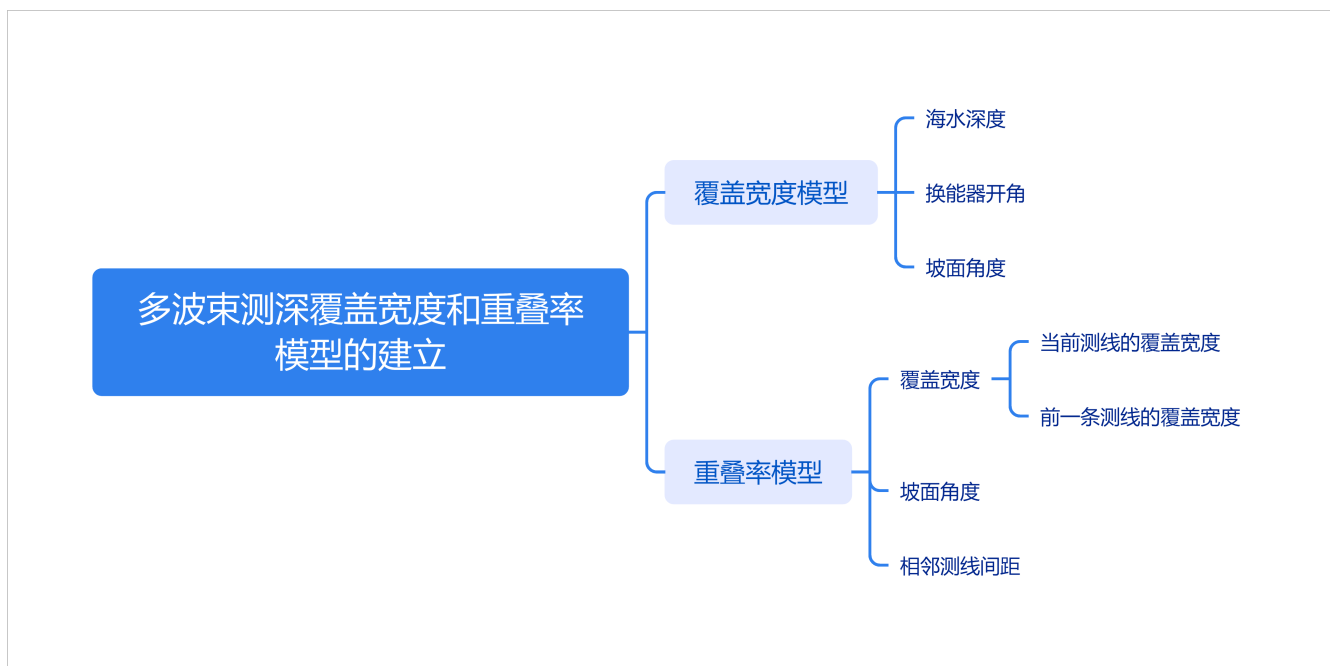


图2 问题一思路图

### 4.2 覆盖宽度和重叠率模型的建立

#### 4.2.1 海水深度的计算

针对海水深度的计算问题, 由于海底为一个角度已知的坡面, 且各条测线与坡面垂直, 且各条测线的间距相等。

由问题一给出的测线距中心点距离的形式, 测线距中心点处距离  $d$  在当测线在海域中心点左侧深海域时,  $d$  为负值, 否则为正值。又由于坡面的角度  $\alpha$  为定值, 故本文结合中心点深度  $D_c$  计算测线处海水深度  $D$ :

$$D = D_c - d \tan \alpha. \quad (1)$$

### 4.2.2 测深的覆盖宽度模型的建立

根据题目描述本文作出多波束测探船工作示意图,如图3所示,为方便计算多波束测探在坡度为 $\alpha$ 的斜坡上的覆盖宽度,本文以测线与斜坡的交点为分割点,将覆盖宽度 $W$ 分为第一部分宽度和第二部分宽度 $W_1$ 和 $W_2$ ,故

$$W = W_1 + W_2, \quad (2)$$

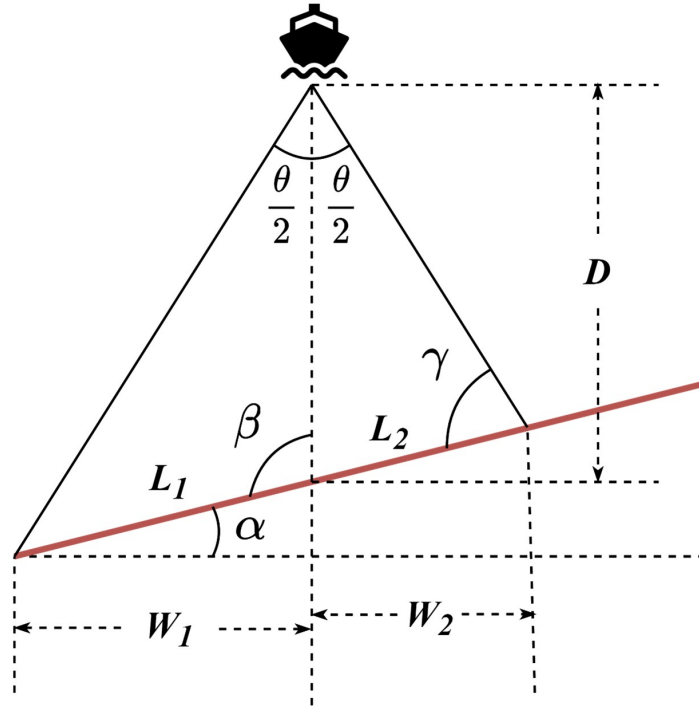


图3 测线覆盖范围示意图

在定义测深的覆盖宽度 $W_1, W_2$ 前,本文需要求出斜坡上的覆盖长度 $L_1, L_2$ ,根据三角形外交等于不相邻的两个内角和可知 $\beta = \alpha + \frac{\pi}{2}$ ,  $\gamma = \beta - \frac{\theta}{2}$ ,再根据正弦定理推导出

$$L_1 = \frac{D \sin \frac{\theta}{2}}{\sin (\frac{\pi}{2} - \alpha - \frac{\theta}{2})}, L_2 = \frac{D \sin \frac{\theta}{2}}{\sin \gamma}, \quad (3)$$

化简可得:

$$L_1 = \frac{D \sin \frac{\theta}{2}}{\cos (\alpha + \frac{\theta}{2})}, L_2 = \frac{D \sin \frac{\theta}{2}}{\cos (\alpha - \frac{\theta}{2})}. \quad (4)$$

本文在得出 $L_1, L_2$ 后,即可得到覆盖宽度 $W_1, W_2$ ,

$$W_1 = \frac{D \sin \frac{\theta}{2}}{\cos (\alpha + \frac{\theta}{2})} \cos \alpha, \quad (5)$$

$$W_2 = \frac{D \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right)} \cos \alpha. \quad (6)$$

因此最终覆盖宽度  $W$  的计算方式为

$$W = (D_c - d \tan \alpha) \cos \alpha \sin \frac{\theta}{2} \left[ \frac{1}{\cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right)} + \frac{1}{\cos \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right)} \right], \quad (7)$$

#### 4.2.3 相邻条带间重叠率模型的建立

参考题目中给出的在测线相互平行且海底地形平坦的条件下相邻条带之间重叠率的定义，本文给出在斜坡上的相邻条带之间重叠率的定义为：

$$\eta = 1 - \frac{d_0}{W'} \quad (8)$$

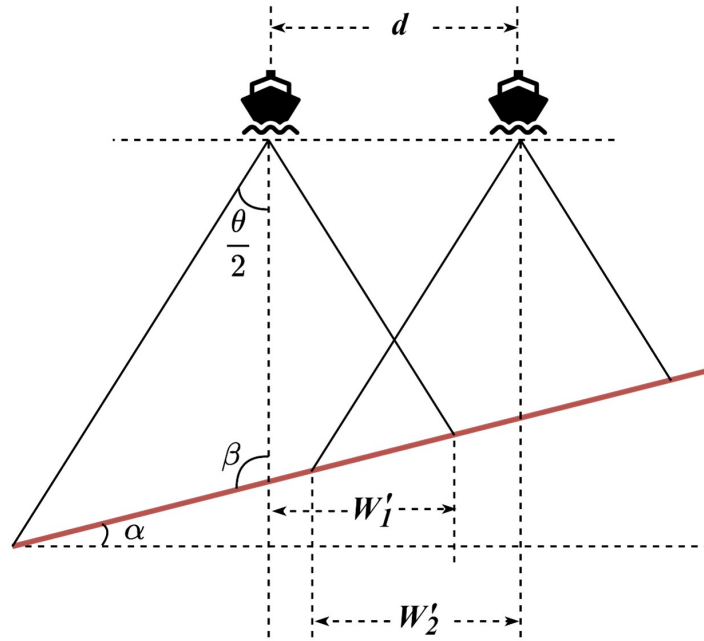


图4 测线重叠率示意图

为使用题目所给的相邻条带之间重叠率的定义，本文将测线间距映射到斜坡上，由图4可知， $d_0$  为两条相邻测线的距离。

又由于在斜坡上相邻测线的覆盖长度不相等，为充分利用相邻测线的覆盖宽度信息，本文定义斜坡上的覆盖宽度  $W'$  为  $W_1'$  与  $W_2'$  之和，其中  $W_1'$  为当前测线  $i$  的前一条测线的第二部分覆盖宽度， $W_2'$  为当前测线的第一部分覆盖宽度  $W_1$

由图 4 可知，根据正弦定理可以分别计算出  $W'_1$  和  $W'_2$  的计算方式如下：

$$W'_1 = \frac{D_{i-1} \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right)} \cos \alpha, \quad (9)$$

$$W'_2 = \frac{D_i \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right)} \cos \alpha, \quad (10)$$

其中第  $i$  条测线下方水深  $D_i$  计算方式如下：

$$D_i = D_{i-1} - d_0 \tan \alpha, \quad (11)$$

其中  $D_{i-1}$  为深海方向的相邻测线下方的水深， $d_0$  为相邻测线的间距， $\alpha$  为坡度。

因此最终  $W'$  计算方式为：

$$W' = W'_1 + W'_2 = \frac{D_{i-1} \sin \frac{\theta}{2} \cos \alpha}{\cos \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right)} + \frac{D_i \sin \frac{\theta}{2} \cos \alpha}{\cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right)}. \quad (12)$$

重叠率  $\eta$  的计算方式为：

$$\eta = 1 - \frac{d_0}{\cos \alpha \sin \frac{\theta}{2} \left[ D_{i-1} \sec \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right) + D_i \sec \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) \right]}. \quad (13)$$

### 4.3 求解结果与分析

#### 4.3.1 求解结果

本文首先结合问题给出的各个测线距中心点处的距离  $d$ 、中心点处的海水深度  $D_c$ 、坡面倾斜角度  $\alpha$  以及多波束换能器的开角  $\theta$  数据，利用式 (6) 计算出各条测线对应的海水深度值  $D$ ，再基于本文建立的覆盖宽度  $W$  和重叠率  $\eta$  的模型，代入问题一给出的各项指标的数据，换能器开角  $\theta = 120^\circ$ ，坡面角度  $\alpha = 1.5^\circ$ ，中心点处海水深度  $D_c = 70m$ ，通过 MATLAB 编程计算出各测线的覆盖宽度和除第一条测线外各条测线与前一条测线的重叠率。

本文求解的各测线对应的海水深度  $D$ 、覆盖宽度  $W$  和重叠率  $\eta$  的结果如表1所示。

对表 1 结果进行可视化如图 5 所示，其中，下方子图为不同  $d$  处对应其覆盖宽度范围的可视化图，且深色部分为重叠部分；下方子图为不同  $d$  处对应重叠率，由两图可知，重叠率在浅水处存在负值，即存在漏测情况。

表 1 问题一计算结果

测线距中心点处的距离/m	-800	-600	-400	-200	0	200	400	600	800
海水深度/m	90.95	85.71	80.47	75.24	70.00	64.76	59.53	54.29	49.05
覆盖宽度/m	315.71	297.53	279.35	261.17	242.99	224.81	206.63	188.45	170.27
与前一条测线的重叠率/%	-	34.68	30.56	25.88	20.53	14.34	7.11	-1.46	-11.77

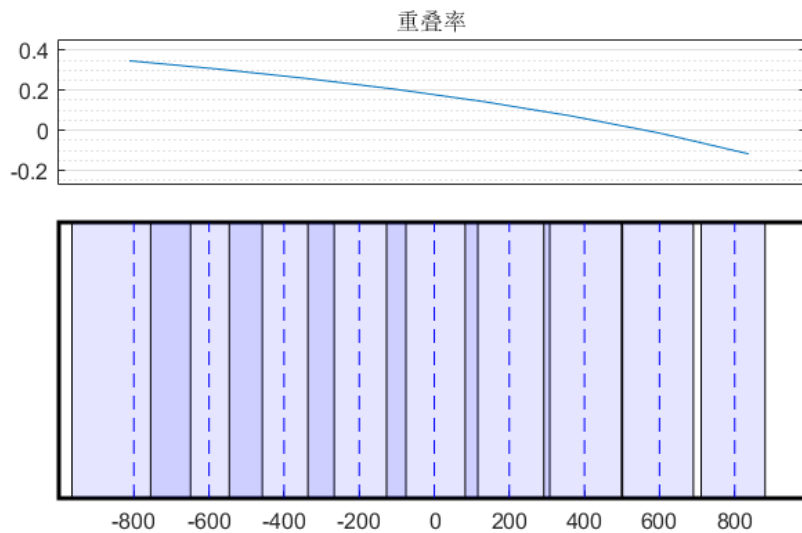


图 5 问题一结果可视化

#### 4.3.2 结果分析

在上述求解结果的基础上，为评估本文建立的模型，本文针对建立的覆盖宽度和重叠率模型进行如下结果分析工作：

##### (1) 特殊值分析

由题意，在海底平坦的海域，且测线相互平行时，各条测线的多波束测量条带的覆盖宽度  $W$  相同，且覆盖宽度只与换能器开角  $\theta$  有关，且该情况下重叠率  $\eta$  满足

$$\eta = 1 - \frac{d}{W}. \quad (14)$$

因此基于上述问题背景，本文分析在海底平坦的条件下建立的覆盖宽度和重叠率的模型是否和问题背景中覆盖宽度和重叠率满足的条件相同。当海底平坦时，坡面角度  $\alpha = 0$ ,

故各测线处深度  $D$  满足  $D = D_c$ ，此时本文建立的覆盖宽度模型  $W$  可转化为

$$W = 2D_c \tan \frac{\theta}{2}, \quad (15)$$

由上式可以看出此时各条测线的覆盖宽度  $W$  相同，且覆盖宽度只与换能器开角  $\theta$  有关，符合题意。进一步，此时本文建立的重叠率模型  $\eta$  可转化为

$$\eta = 1 - \frac{d}{2D_c \tan \frac{\theta}{2}} = 1 - \frac{d}{W}, \quad (16)$$

由上式可以看出此时各条测线的重叠率的表达式与问题背景给出的表达式形式相同，基于上述分析，本文认为问题一建立的覆盖宽度模型和重叠率模型在模型参数取特殊值情况下符合题意。

## 5 问题二: 测线方向随机的覆盖宽度模型的建立与求解

### 5.1 问题分析

针对问题二，本文需要在一定坡度的海域中，测线方向与坡面法向量角度为  $\beta$  的条件下，建立多波束测深的覆盖宽度模型。为便于模型的建立，本文构造以船的测线方向为对角线的菱柱体，并在柱体中利用角度关系推出等效坡度倾角，将问题转化为问题一的情形。再结合对应的深度值，沿用问题一建立的多波束测深覆盖宽度模型，利用测线方向与坡面法向量角度  $\beta$ 、坡面角度、换能器开角和海水深度建立测线方向随机的多波束测深覆盖宽度的模型。

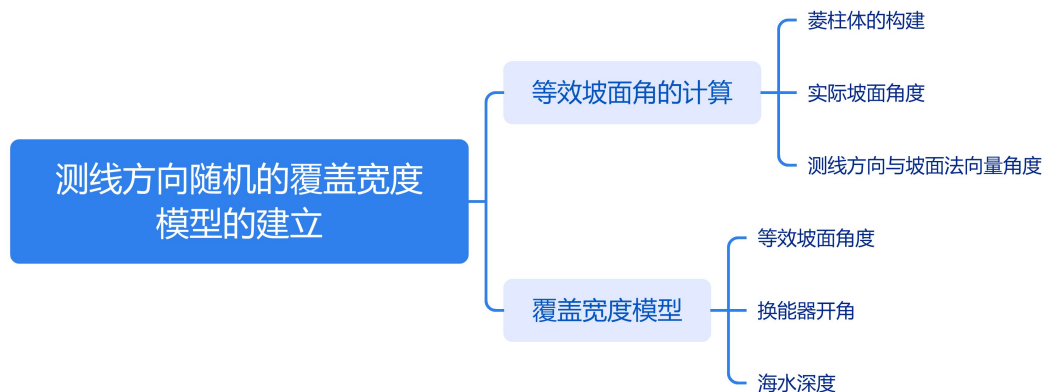


图 6 问题二思路图

## 5.2 测线方向随机的覆盖宽度模型的建立

在第一问中，本文建立数学模型得出测线方向平行于坡面时的测深覆盖宽度，问题设定测线方向与坡面法向垂直，无需考虑测线方向。在本问题中，题目引入测线方向与坡面的法向在水平面上投影的夹角  $\beta$ ，此时问题一为本问题中  $\beta = 90^\circ$  时的特殊情况。

由题意，测量船测深的测线面和水平面垂直，且与船体的测线对称，为便于建立模型，本文构造以船的测线方向为对角线的菱柱体，如图 7 所示。其中，平面  $EFDC$  为海底坡面，平面  $ABCD$  的中心点  $N$  点为船的当前位置，且本文设定平面  $ABCD$  为菱形，测线面为平面  $MNR$ ，直线  $MR$  为测线面与坡面的交线，直线  $EC$  为船测线方向直线在坡面上的投影直线，易知测线与直线  $EC$  交于点  $P$ 。

测线的范围边界线  $NP$  和  $NM$  关于测线  $NO$  轴对称， $SO = OM$ ，所以底面  $EMGS$  为菱形，且当  $\beta = 135^\circ$  时， $S$  点与  $H$  点重合， $M$  点与  $F$  点重合。

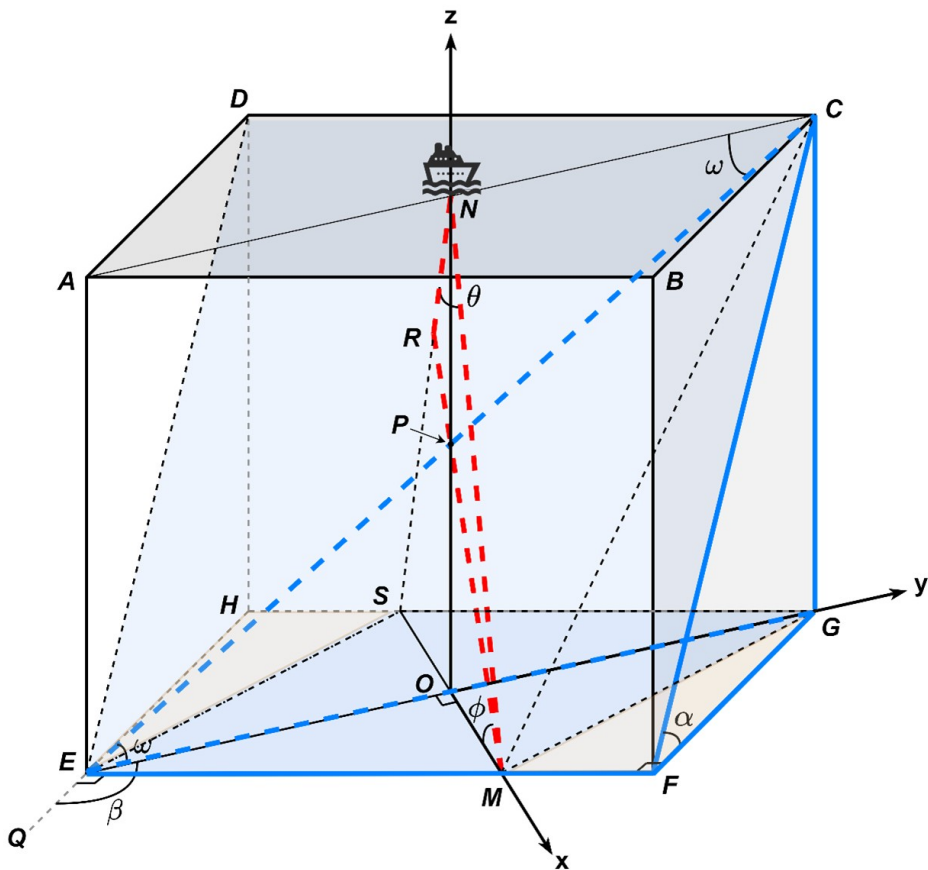


图 7 示意图

针对问题二覆盖宽度模型的建立，本文的目标是将问题二模型建立的过程转化为与问题一相同的模型建立的过程，即找出可以等效为问题一的海底坡面角度的一个角度量，并参考问题一的覆盖宽度模型的建立，结合海底深度的数据以及上述角度量建立模型。

通过对图7的分析易知，问题二需要求解的覆盖宽度所在线段为  $\triangle MNS$  中的线段  $RM$ ，且当水域深度  $D$ （线段  $NP$  的长度，和问题一中的含义相同）和  $\phi$  ( $\angle OMP$ ) 已知时， $\phi$  对应问题一中的  $\alpha$ ，恰好与问题一中的求解方式相同。下文分别介绍海水深度  $D$  和  $\phi$  的确定过程。

### 5.2.1 海水深度 $D$ 的确定

基于上述分析，本文首先需要度量海底的深度。根据题目信息已知海水中心点处的深度  $D_c$ ，且令测量船距海水中心点处的距离为  $d$ ，本文构造相似直角三角形如图 8 所示。其中，假设  $A$  点为海水中心点，则  $AB = D_c$ ，测量船位于点  $E$ ，则  $AE = d$ ， $EC = D$ ，所以  $D$  可根据图 8 计算得出：

$$D = EF = D_c - d \tan \omega. \quad (17)$$

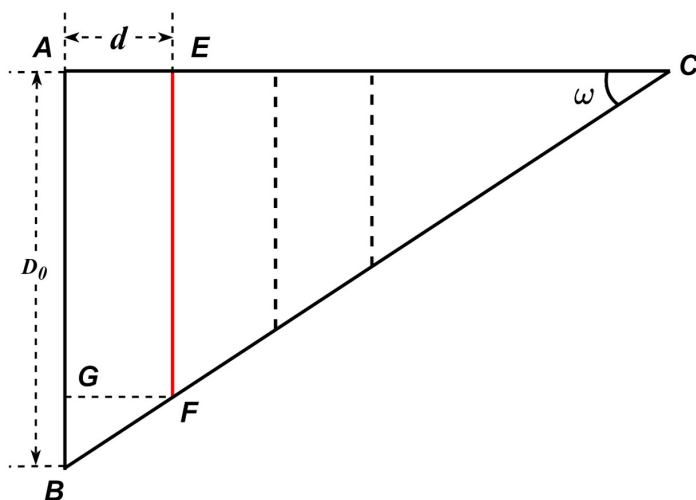


图 8 示意图

不同于问题一，问题二中计算  $D$  所用的角度为未知角  $\omega$  而不是已知角  $\alpha$ 。故本文需要利用已知信息来表达角  $\omega$  的值，从而求出各个探测点的海底深度。

本文提取出图 7 中蓝色描边的四面体分析，如图 9 所示。其中，各顶点标号与原图均一致。通过图 7 与图 9 对比分析易得， $\angle GEM = \beta - \frac{\pi}{2}$ ， $\angle CEG = \omega$ ， $\angle CFG = \alpha$ ， $\triangle EMG$  为等腰三角形且  $EM = MG$ 。

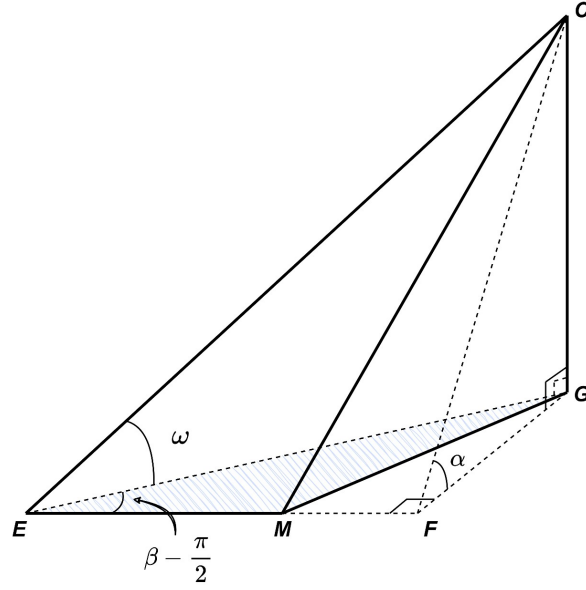


图9 示意图

在四面体  $C - GMF$  和四面体  $C - GME$  中，为便于角度的表示，本文设  $CG = x$ ， $GM = y$ ，由于  $CG$  垂直于平面  $GMF$ ， $\triangle EMG$  为等腰三角形，且  $\angle GEM = \angle GME = \beta - \frac{\pi}{2}$ ，故  $\angle GMF = 2\beta - \pi$ ， $GE = 2y \sin(\beta - \frac{\pi}{2})$ 。在  $Rt\triangle CGF$  中，针对角  $\alpha$ ，有

$$\tan \alpha = \frac{CG}{GF} = \frac{x}{y \sin(2\beta - \pi)}. \quad (18)$$

在  $Rt\triangle CEG$  中，针对角  $\omega$ ，其正切值如下：

$$\tan \omega = \frac{CG}{GE} = \frac{x}{2y \sin(\beta - \frac{\pi}{2})}. \quad (19)$$

将 (18) 式代入 (19) 式，消去  $x, y$ ，化简后得：

$$\tan \omega = -\tan \alpha \cos \beta. \quad (20)$$

将 (20) 式代入 (17) 式即可得到海水深度  $D$  的表达式，如下：

$$D = D_c + d \tan \alpha \cos \beta. \quad (21)$$

### 5.2.2 等效角度 $\phi$ 的确定

基于上述分析，本文需要求出等效海底坡面的角度  $\phi$ ，为便于角  $\phi$  的求解，本文从图7中提取出包含  $\omega$  和  $\phi$  的四面体  $P - OEM$ ，如图 10 所示。其中，各顶点标号与原图均一致。

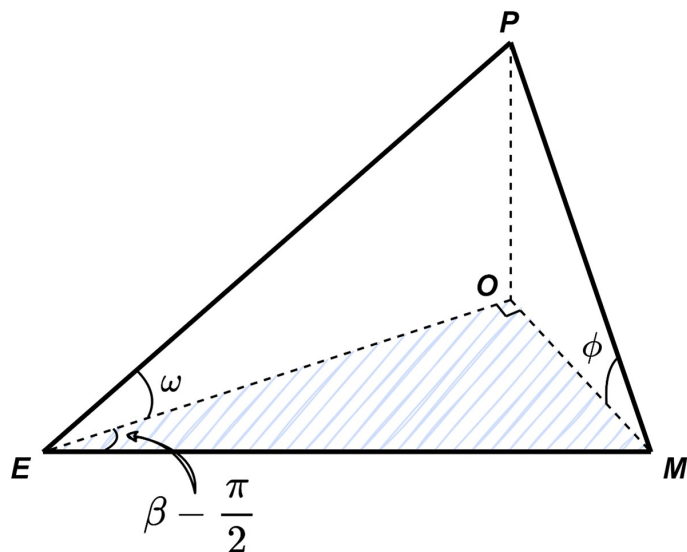


图 10 示意图

为便于角度的表示，本文令  $PO = x$ ， $OE = y$ ，在  $Rt\triangle POE$  中，可以得出  $\omega$  的正切值如下：

$$\tan \omega = \frac{PO}{OE} = \frac{x}{y}, \quad (22)$$

在  $Rt\triangle EOM$  中，由于  $\angle OEM = \beta - \frac{\pi}{2}$ ，故有  $OM = y \tan(\beta - \frac{\pi}{2})$ ，在得出  $OM$  长度表达式后，在  $Rt\triangle POM$  中，可以得出  $\phi$  的正切值，

$$\tan \phi = \frac{PO}{OM} = \frac{x}{y \tan(\beta - \frac{\pi}{2})}. \quad (23)$$

将 (22) 式代入 (23) 式，消去  $x$ ， $y$  后得：

$$\tan \phi = \frac{\tan \omega}{\tan(\beta - \frac{\pi}{2})}, \quad (24)$$

上式即给出了角  $\omega$  和角  $\phi$  的关系，又由式 (20) 可知，角  $\phi$  可由角  $\alpha$  和角  $\beta$  表示，将式 (20) 代入 (24) 式化简后即可得到角  $\phi$  和角  $\alpha, \beta$  的表达式：

$$\tan \phi = \tan \alpha \sin \beta. \quad (25)$$

在得出角  $\phi$  的正切值后，本文利用反正切函数即可求出角  $\phi$  的值，

$$\phi = \arctan(\tan \alpha \sin \beta). \quad (26)$$

### 5.2.3 覆盖宽度模型的建立

在确定海水深度  $D$  和等效角度  $\phi$  后，本问题建立覆盖宽度模型即可等效为问题一中建立坡度角为  $\phi$  的多波束测深的覆盖宽度模型。本文在问题二中沿用问题一建立的覆盖宽度模型，即定义覆盖宽度  $W$  为

$$W = W_1 + W_2 = (D - d \tan \phi) \cos \phi \sin \frac{\theta}{2} \left[ \frac{1}{\cos(\phi + \frac{\theta}{2})} + \frac{1}{\cos(\phi - \frac{\theta}{2})} \right], \quad (27)$$

### 5.3 求解结果与分析

#### 5.3.1 求解结果

本文首先结合问题给出的测线方向海底坡面的法向在水平面上投影的夹角  $\beta$ ，中心点处的海水深度  $D_c$ ，坡面倾斜角度  $\alpha$  以及多波束换能器的开角  $\theta$  数据，计算出测量船在各点处对应的海水深度值  $D$ ，再基于本文建立的覆盖宽度  $W$  的模型，通过 MATLAB 编程计算出在各个测线方向的与中心点不同距离的测量点处的覆盖宽度。本文求解的在各个测线方向的与中心点不同距离的测量点的覆盖宽度  $W$  的结果如表2所示

表2 问题二的计算结果

覆盖宽度/m		测量船距海域中心点处的距离/海里							
		0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1
测线方向 夹角/ $^\circ$	0	415.55	465.93	516.31	566.69	617.08	667.46	717.84	768.22
	45	416.05	451.72	487.38	523.05	558.72	594.39	630.06	665.72
	90	416.55	416.55	416.55	416.55	416.55	416.55	416.55	416.55
	135	416.05	380.38	344.71	309.05	273.38	237.71	202.04	166.37
	180	415.55	365.17	314.79	264.40	214.02	163.64	113.26	62.88
	225	416.05	380.38	344.71	309.05	273.38	237.71	202.04	166.37
	270	416.55	416.55	416.55	416.55	416.55	416.55	416.55	416.55
	315	416.05	451.72	487.38	523.05	558.72	594.39	630.06	665.72

#### 5.3.2 结果分析

在上述求解结果的基础上，为评估本文建立的模型，本文针对建立的覆盖宽度模型进行特殊情况的分析工作，即验证当模型参数取特殊值时，是否符合题意。

由题意，当测线方向与坡面法向垂直时，此时问题转化为问题一的情形，此时等效坡面角度  $\phi$  应与实际坡面倾角相同，即  $\phi = \alpha$ ，由问题二中得出的  $\phi$  的表达式

$$\phi = \arctan(\tan \alpha \sin \beta). \quad (28)$$

当测线方向与坡面法向垂直时,  $\beta = \frac{\pi}{2}$ , 此时  $\phi$  满足

$$\phi = \arctan(\tan \alpha) = \alpha. \quad (29)$$

基于上述分析, 本文认为问题二本文建立的等效坡面角度在模型参数取特殊值情况下符合题意。

## 6 问题三: 斜坡海域的最短测线长度设计

### 6.1 问题分析

针对问题三, 本文需要设计一组测量长度最短、可完全覆盖整个待测海域, 且相邻条带之间的重叠率满足 10% – 20% 的测线。本文首先利用几何推导, 确定出在问题三给定的条件下的测线均与坡面的等深线平行。进一步, 本文以最小化测线的总长度为目标, 测线的探测范围覆盖整个待测海域和测线的重叠率为约束建立优化模型。在模型的求解方面, 本文根据该问题解向量的性质, 以及结合群智能算法的思想, 设计了一个求解算法, 经过迭代求解后求出满足约束的测线总长度。

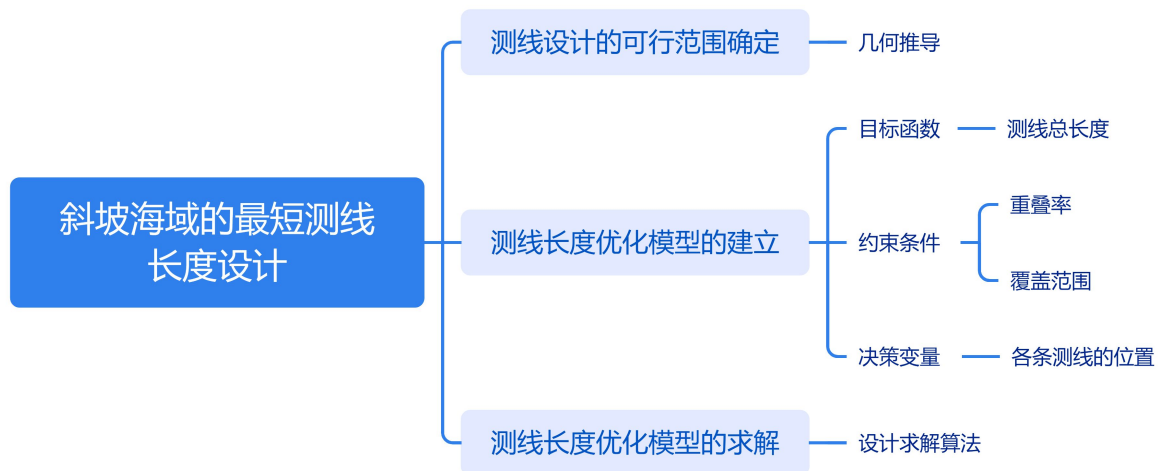


图 11 问题三思路图

### 6.2 测线设计的可行范围确定

为便于模型的建立和求解, 本文在对问题三进行模型的建立和求解前, 首先针对问题三给定的条件进行几何分析, 以达到确定测线设计的可行域, 降低解的搜索空间的作用。为便于进行分析, 本文建立坐标系如图 12 所示。

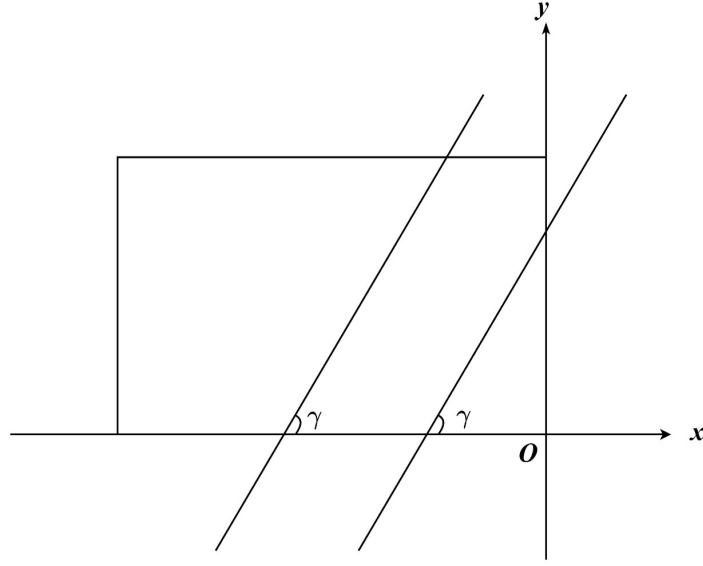


图 12 坐标示意图

由于问题三给定的海域及坡面为轴对称图形，且测线方向具备等价性，即当测线相对坐标轴角度不变时，测线方向并不影响测线的各项性质。本文基于问题三给定的条件和各项参数，本文进行如下几何分析：

设当测线处于右边界时测线的方程为  $y = x \tan \gamma + b_1$ ，与之相邻的测线的方程为  $y = x \tan \gamma + b_2$ ，此时右边界点  $(x_0, y_0)$  到测线的距离  $d$  满足

$$d_0 = \frac{x_0 \tan \gamma + b_1 - y_0}{\sqrt{1 + (\tan \gamma)^2}} \quad (30)$$

进一步，经本文推导，处于边界的测线的右探测边界方程为

$$y = \left( \gamma - \frac{\tan \alpha \tan \theta}{\cos \omega} \right) x + b_1 \cos \omega - d_0 \tan \alpha, \quad (31)$$

基于上述方程，本文将右边界点  $(x_0, y_0)$  代入方程，求出右边界点在探测边界上对应的点  $(x_0, y'_0)$ ，再利用点到直线的距离公式，即可求出对应点到测线的距离  $d'_0$ ，

$$d'_0 = \frac{x_0 \tan \gamma + b_1 - y'_0}{\sqrt{1 + (\tan \gamma)^2}} \quad (32)$$

由测线的探测范围必须覆盖海域的约束条件，可以得出  $d'_0 > d_0$ ，同理可以给出右上边界点  $(x_1, y_1)$  的约束条件  $d'_1 > d_1$ 。针对两条直线之间的重叠率约束，本文针对上述两条直线，给出其不等式约束。基于重叠率的定义，两条直线的重叠率  $\eta$  满足

$$\eta = 1 - \frac{d}{W_1 + W_2} = 1 - d \frac{-b_1 \tan \gamma \cos \omega + b_1 \tan \theta \tan \alpha}{\sqrt{1 + (\tan \gamma)^2} (\tan \theta \tan \alpha - \tan \gamma \cos \omega)}, \quad (33)$$

其中  $\omega$  的定义与问题二相同，由问题给出的针对重叠率约束条件，本文提出重叠率  $\eta$  的约束为  $10 \leq \eta \leq 20$ ，结合上述约束，本文解出测线的倾斜角  $\gamma$  的范围为  $[\frac{\pi}{2} - 0.01, \frac{\pi}{2} + 0.01]$ ，几乎取  $\frac{\pi}{2}$ ，故本文认为在问题三的背景下，测线的倾斜角一定为  $\frac{\pi}{2}$ ，即与等深线平行，故问题转化为当测线与等深线平行时最短测线长度的设计。

### 6.3 斜坡情况下的测线长度优化模型的建立

为便于模型描述，本文以矩形海域西南顶点为原点，东为  $x$  轴正方向，北为  $y$  轴正方向，建立如图13所示坐标系。

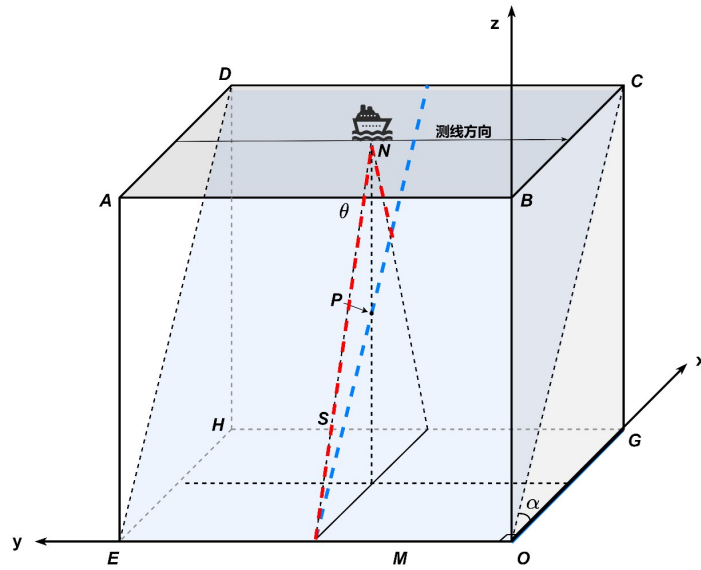


图 13 问题三坐标系

#### 6.3.1 决策变量

本文以各测线的初始位置为决策变量，即  $x_i$ ，其中  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ 。

#### 6.3.2 目标函数

由于题目要求设计总测线最短的布线方案，根据上述测线设计可行范围推导，本文以测线总长度最小化为目标函数，即：

$$\min S = NS_0, \quad (34)$$

其中  $N$  为布线条数， $S_0$  为南北海域间的间距。

### 6.3.3 约束条件

考虑到所设计的布线方案需要覆盖整个待测海域，并且相邻条带间的重叠率需要满足 10%-20% 的条件，因此定义海域全覆盖和重叠率满足 10%-20% 两个约束条件。

#### (1) 海域全覆盖

由于在船沿等深线行进时当相邻条带间的重叠率需要满足 10%-20% 时，中间海域不存在漏测的情况，故为实现整个海域的全覆盖只需使东西两端的测线可以完全覆盖两个边界即可，因此  $X_N$  和  $x_1$  需要分别满足如下不等式约束：

$$W_{N1} \geq m1 - X_N, \quad (35)$$

$$W_{12} \geq X_1, \quad (36)$$

其中  $m1$  为矩形海域东西间距， $W_{N1}$  为从西向东第  $N$  条测线的东侧覆盖宽度， $W_{11}$  为从西向东第 1 条测线的西侧覆盖宽度，后二者的计算方式分别参考式 (10) 和式 (9)，即：

$$W_{N1} = \frac{D_N \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right)} \cos \alpha, \quad (37)$$

$$W_{11} = \frac{D_1 \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right)} \cos \alpha, \quad (38)$$

其中  $\alpha$  为坡度， $\theta$  为多波束换能器的开角， $D_i$  为从西向东第  $i$  条测线下方水深 ( $i$  为 1 或  $N$ )，其计算方式参考式 (39)，即：

$$D_i = D_c - \left( \frac{m1}{2} - x_N \right) \tan \alpha, \quad (39)$$

其中  $D_c$  为海域中心点处海水深度。

#### (2) 重叠率满足 10%-20%

由于本文中测线方向与等深线方向平行，因此本文相邻条带间重叠率的定义方式与问题一相同，即：

$$\eta = 1 - \frac{d_0}{\cos \alpha \sin \frac{\theta}{2} \left[ D_{i-1} \sec \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right) + D_i \sec \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) \right]}, \quad (40)$$

其中  $d_0 = x_i - x_{i-1}$ 。因此每一条测线（第 1 条除外）与其前一条测线的重叠率  $\eta_i$  均需满足如下不等式约束：

$$0.1 \leq \eta \leq 0.2. \quad (41)$$

### 6.3.4 模型汇总

综上所述，本文建立如下斜坡海域的最短测线长度优化模型：

$$\begin{aligned} \min S &= NS_0 \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} W_{N1} \geq m1 - X_N, \\ W_{12} \geq X_1, \\ W_{N1} = \frac{D_N \sin \frac{\theta}{2}}{\cos(\alpha + \frac{\theta}{2})} \cos \alpha, \\ W_{11} = \frac{D_1 \sin \frac{\theta}{2}}{\cos(\alpha - \frac{\theta}{2})} \cos \alpha, \\ D_i = D_c - \left(\frac{m_1}{2} - x_N\right) \tan \alpha, \\ 0.1 \leq \eta \leq 0.2, \\ \eta = 1 - \frac{d_0}{\cos \alpha \sin \frac{\theta}{2} [D_{i-1} \sec(\alpha - \frac{\theta}{2}) + D_i \sec(\alpha + \frac{\theta}{2})]}, \end{cases} \end{aligned} \quad (42)$$

### 6.4 斜坡情况下的测线长度优化模型的求解

针对问题三建立的测线长度优化模型，其决策变量为各条测线的初始位置，且各条测线的间需要满足重叠率在 10% – 20% 的约束以及测线测量范围覆盖整个海面的约束，即各个位置的坐标间存在相互制约的关系，故其对应的解向量的维数不定。若利用传统群智能优化算法求解模型，则会出现由于各个解向量维数不相同以及解向量间各个变量间的制约关系而导致的算法无法进行以及生成非法解的情况。

针对上述问题，本文基于问题三解向量的特殊形式，并受群智能算法的启发，提出一个适合于问题三特殊解向量的优化算法，其具体流程如下：

**Step1:** 初始化；本文首先按照一定规则随机生成  $m$  个初始解，最大迭代代数  $N = 100$ ，当前迭代代数  $i = 1$ ，随机初始化迭代过程的最优解  $p_{best}$ ，解的随机初始化方法如下：

本文首先设定测线的生成方向为从深到浅，即从西向东生成测线。

#### (1) 起始测线位置的生成

针对起始测线的生成问题，其示意图如图14所示，本文首先确定初始向量的生成范围，即测线实现对西边界的覆盖的坐标范围  $[0, d_{max}]$ ，其中  $d_{min}$  为测线的深侧覆盖宽度刚刚好覆盖西边界的测线位置，其中  $d_{max}$  满足

$$d_{max} = \frac{\sin \frac{\theta}{2} \cos \alpha}{\cos(\alpha + \frac{\theta}{2})} D_{max} \quad (43)$$

其中  $D_{max}$  为当测线坐标取  $d_{max}$  时对应的深度，该海域内深度函数  $D(d)$  为

$$D(d) = D_0 + \left(\frac{Length}{2} - d\right) \tan \alpha, \quad (44)$$

其中  $Length$  为海域的长度，问题中  $Length = 7408m$ ，将上述两式联立即可求出  $d_{max}$ 。在求出  $d_{max}$  后本文在  $[0, d_{max}]$  范围内随机生成一个数作为起始测线位置。

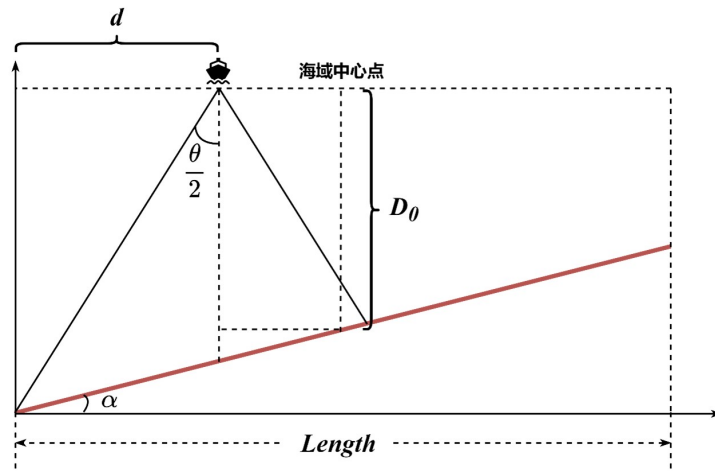


图 14 起始测线位置生成示意图

## (2) 中间测线位置的生成

为满足重叠率 10% – 20% 的约束以及测线测量范围覆盖整个海面的约束，针对中间测线的生成问题，其示意图如图15所示，每条中间测线的生成范围  $[d_{min}, d_{max}]$  受前一条测线的位置  $d_i$  的制约， $d_{min}$  即为当前测线与前一条测线的重叠率为 20% 时的位置， $d_{max}$  即为当前测线与前一条测线的重叠率为 10% 时的位置， $d_{min}, d_{max}$  满足

$$d_{min} = \frac{W_i + MD_i}{\frac{1}{0.8 \cos \alpha} + M \tan \alpha}, \quad (45)$$

$$d_{max} = \frac{W_i + MD_i}{\frac{1}{0.9 \cos \alpha} + M \tan \alpha}, \quad (46)$$

其中  $M$  满足

$$M = \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\cos(\alpha + \frac{\theta}{2})}. \quad (47)$$

在第一条测线的基础上，本文逐次生成在  $[d_{min}, d_{max}]$  内的随机数  $rand$ ，并生成测线位置为  $d_i + rand$ ，直至当生成到某条测线的位置  $d_j$  满足  $d_j$  对应的  $d_{min} + d_j > 7408$  时停止测线的生成；

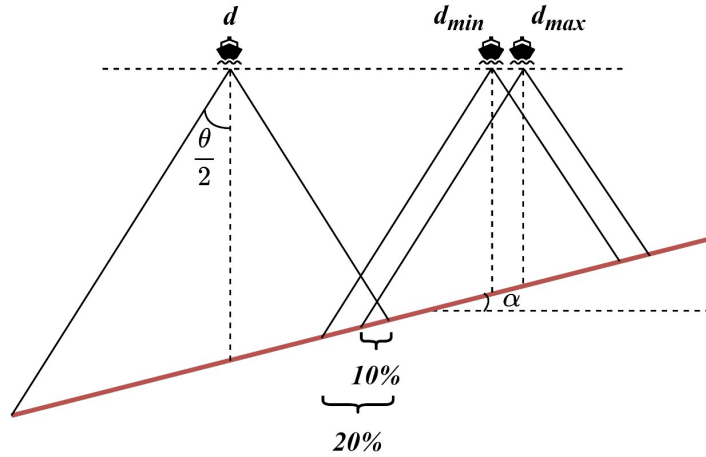


图 15 范围生成示意图

**Step2:** 迭代终止条件判断；判断当前迭代代数与最大迭代代数  $N$  的关系，当  $i > N$  时，结束迭代，输出迭代最优解  $p_{best}$ ；

**Step3:** 新解向量的生成；参考轮盘赌的规则，计算  $m$  个解的测线总长度  $L$ ，对每个解  $i$  定义适应度函数  $fit(i)$ ，并构造任一解  $i$  的期望繁殖概率  $P_i$ ，

$$P_i = \frac{fit(i)}{\sum_j fit(j)}. \quad (48)$$

基于上述期望繁殖概率的定义，本文利用轮盘赌的思想新生成  $m$  个解作为新的解集合；

**Step4:** 变异；针对解集合中的每个解，本文依照预先设定的变异概率  $p = 0.5$  进行变异操作，即任选解的任一条测线，并从该测线开始，沿用初始化的随机生成解的规则，重新生成该解向量；

**Step5:** 最优解的更新；针对新的解集合，本文选取其中的测线总长度最短的解  $g_{best}$ ，与当前迭代的最优解进行测线总长度比较，若当前解总长度更短，则更新  $p_{best} = g_{best}$ ；

**Step6:** 返回 Step2，进行下一轮迭代，令迭代代数  $i = i + 1$ 。

## 6.5 求解结果

针对上述本文求解测线长度优化模型构造的求解算法，本文通过 MATLAB 编程求解得出当测线总长度最短时，测线的总长度为 125936 米，即 68 海里，此时测线数量为 34 条。本文经过多次程序运行，发现当测线总长度最短时，存在多个测线坐标布设方案，本文给出其中一种测线设计的方案的测线布设图如图 16。

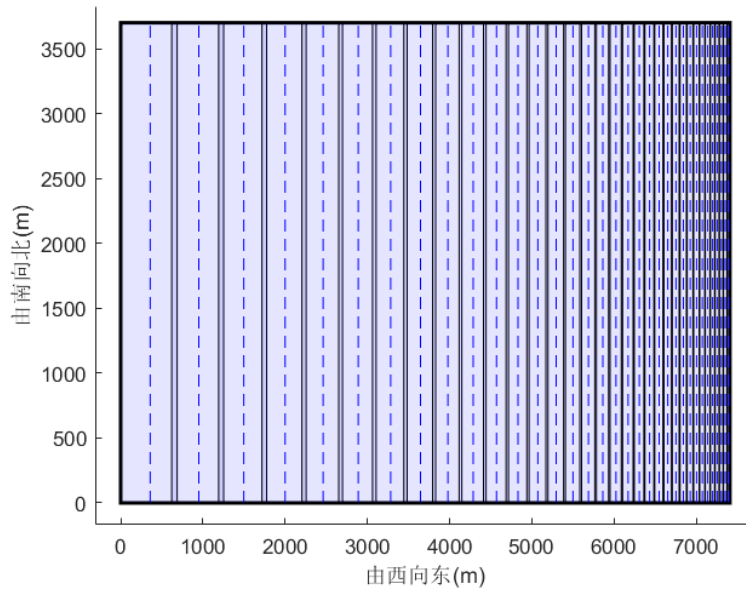


图 16 问题三布线方案

## 7 问题四: 不规则海域的测线布设优化方案

### 7.1 问题分析

针对问题四, 本文需要基于问题给出的对海域的单波束测深数据, 设计多波束测深的海域的测线布设方案以尽可能的减小测线长度, 测线尽可能覆盖整个海域, 尽可能减小测线的重叠率。为便于求解, 本文首先将待测海域分块处理, 并将每个分块用以直代曲的思想转化为一个坡面。在模型建立方面, 本文分别以最小化测线总长度, 最小化漏测率, 最小化测线重叠率超过 20% 的长度为目标建立多目标优化模型, 并引入非支配排序构造多目标的适应度值, 并利用斑马优化算法求解模型, 得出海域测线布设方案。

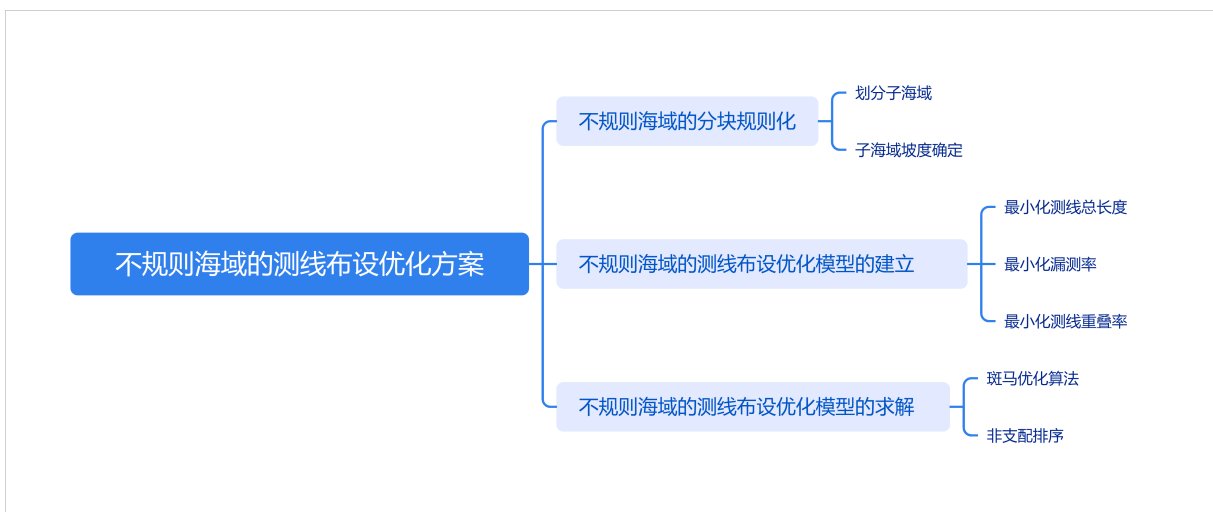


图 17 问题四思路图

## 7.2 不规则海域的分块规则化

### 7.2.1 不规则海域的海域划分

为方便研究所给海域的特征，本文首先利用题目所给数据对海域各部分的深度进行了可视化：由上图可以看出该海域在东西方向高度变化较大，在南北方向变化程度相对

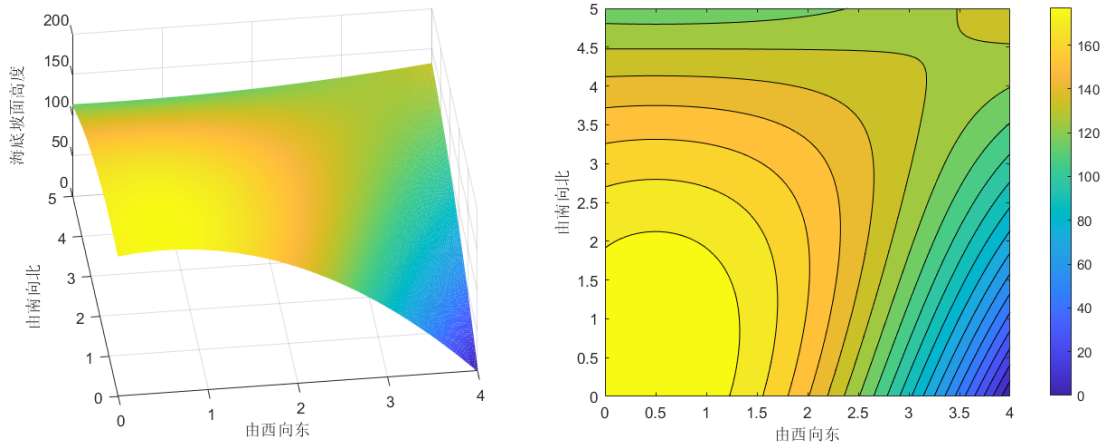


图 18 所给海域各部分的深度图

较小，因此本文先对该海域在由西向东 3 海里处进行划分，使其成为两个子海域，针对每个子海域本文根据等高线制定如下子海域自适应划分机制（本文以西部子海域为例，东部子海域进行类似处理）：

**Step1:** 制定子海域划分深度阈值。根据图18中反映的各地区海域深度分布特点，本文选择 20m 作为子海域划分深度阈值。

**Step2:** 海域行数划分。根据制定的阈值研究南北方向海域分布情况，由图18可知，海域南部边界深度跨度较大，北部边界深度跨度较小，较为平坦，因此，本文以海域南部边界为基准并进行海域行划分。

**Step3:** 海域列数划分。与海域行数划分类似，本文考虑到海域西部边界深度跨度较大，而东部边界跨度较小，因此本文依据西部深度变化情况，根据制定的阈值进行海域列划分。

最终划分出的结果如图19所示。

### 7.2.2 子海域的坡度模拟

针对各个子海域，为便于模型的建立和求解，本文利用以直代曲的思想将其抽象成一个垂直于东西方向或南北方向的坡面。下面本文给出坡面方向和坡面角度的定义：

#### (1) 坡面方向

根据三点定面的思想，本文选取子海域内的任意三点  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$  构建平面，并计算平面的法向量  $(a_1, b_1, c_1)$ 。为避免结果的偶然性，本文选取 10 组任取三点

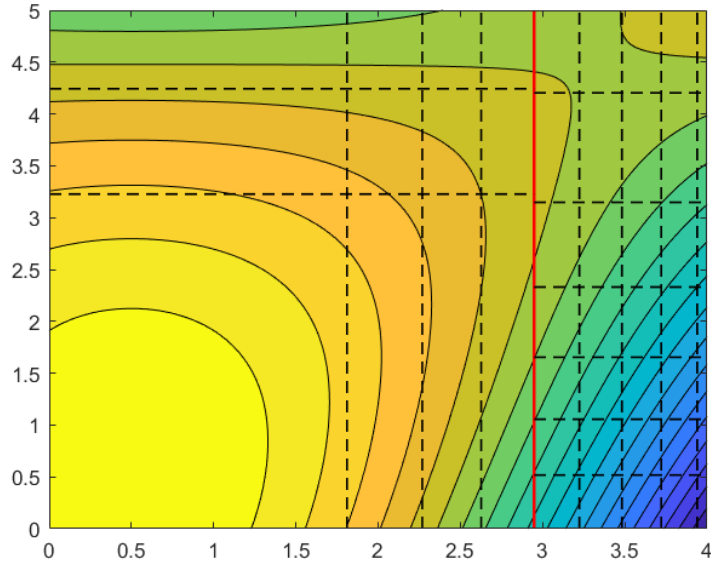


图 19 子海域划分示意图

构建的法向量，取其平均值作为平面的实际法向量  $(a, b, c)$ 。若  $a > b$ ，则本文认为坡面垂直于  $y$  轴，反之则平行于  $x$  轴。

#### (2) 坡面角度

为避免结果的偶然性，本文从中心点出发，构建坡面中心点指标来度量坡面的角度  $\alpha$ ，即对于子海域内的所有点的深度数据，求其所有数据的均值作为坡面中心点的深度  $D_c$ ，设子海域与坡面宽度为  $D$ ，则坡面角度  $\alpha$  满足

$$\tan \alpha = \frac{2D_c}{D}. \quad (49)$$

从而得出坡面角度  $\alpha$ 。

### 7.3 不规则海域的测线布设优化模型的建立

基于上述海域划分结果，本文针对每一个子海域建立布线优化模型。

#### 7.3.1 决策变量

针对问题四要求的尽可能覆盖整个待测海域的目标，本文在第三问模型的基础上增加决策变量——任意相邻条带间距，即  $d$ 。

#### 7.3.2 目标函数

考虑到问题四要求的扫描的条带尽可能覆盖整个待测海域、相邻条带间重叠率尽量控制在 20% 以下以及测线总长最短这三个优化目标，本文定义如下三个目标函数：

(1) 待测海域漏测面积最小化

为方便定义待测海域漏测面积最小化目标函数，本文首先定义如下指示变量：

$$\delta_i = \begin{cases} 1, & \eta_i < 0, \\ 0 & \eta_i \geq 0 \end{cases}, \quad (50)$$

其中  $i \in \{1, 2, \dots, N-1\}$ 。因此本文建立的待测海域漏测面积  $A$  最小化目标函数为

$$\min A = \sum_{i=1}^{N-1} [\delta_i (x_i - x_{i-1}) m_2]. \quad (51)$$

(2) 相邻条带间重叠率大于 20% 部分的测线长度最小化

为方便表示，本文定义如下指示变量：

$$\lambda_i = \begin{cases} 1, & \eta_i \geq 0.2, \\ 0 & \eta_i < 0.2 \end{cases}. \quad (52)$$

其中  $i \in \{1, 2, \dots, N-1\}$ ， $\eta_i$  为第  $i$  条测线与其第  $i-1$  条测线间的重叠率，其计算方式同问题三中式 (40)。

在此基础上，本文给出如下重叠率超过 20% 部分的总长度  $S_1$  最小化目标函数：

$$\min S_1 = N S_0 \sum_{i=1}^{N-1} \lambda_i, \quad (53)$$

其中  $S_0$  为矩形子海域近似等深方向的间距。

(3) 测线总长度最小化与问题三的测线总长度定义类似，本文定义测线总长度最小化目标函数如下：

$$\min S = N S_0, \quad (54)$$

其中  $S_0$  为矩形子海域近似等深方向的间距， $N$  为布设的测线数，其计算方式为：

$$N = \lceil \frac{m_1 - x_1}{d} \rceil, \quad (55)$$

其中  $\lceil \cdot \rceil$  为向上取整函数。

### 7.3.3 模型汇总

综上所述，本文建立如下任意海水深度分布的海域测线布设优化模型：

$$\begin{aligned}
 \min S &= NS_0, \\
 \min S_1 &= NS_0 \sum_{i=1}^{N-1} \lambda_i, \\
 \min A &= \sum_{i=1}^{N-1} [\delta_i (x_i - x_{i-1}) m_2], \\
 \text{s.t.} &\begin{cases} N = \lceil \frac{m_1 - x_1}{d} \rceil, \\ \delta_i = \begin{cases} 1, & \eta_i < 0, \\ 0 & \eta_i \geq 0 \end{cases}, \\ \lambda_i = \begin{cases} 1, & \eta_i \geq 0.2, \\ 0 & \eta_i < 0.2 \end{cases}, \\ i \in \{1, 2, \dots, N-1\}. \end{cases}
 \end{aligned} \tag{56}$$

## 7.4 任意海水深度分布的海域测线布设优化模型的求解

### 7.4.1 斑马优化算法介绍

斑马优化算法是一种基于自然界斑马群体行为的启发式优化算法。斑马优化算法通过模拟斑马的觅食和防御行为来实现优化，算法会根据每个斑马的适应度评估来更新解决方案，并逐渐收敛到最佳解。参考 Trojovská 等人的研究<sup>[2]</sup>，斑马优化算法是一种自适应的算法，可以自动调整搜索策略以适应问题的复杂性和多样性。其次，它具有较好的全局搜索能力，可以在大的搜索空间中找到较优的解决方案。

### 7.4.2 斑马优化算法流程

在任意的海域内，针对本文建立的不规则海域的测线布设优化模型，在模型的求解前，本文先给出解向量的编码形式  $[x, d]$ ，其中  $x$  为测线起点的位置， $d$  为相邻条带的间距。本文利用斑马优化算法求解模型的具体步骤如下：

**Step1** 初始化；首先产生  $m$  个随机的初始解，设定最大迭代次数  $N = 100$ ，当前迭代次数  $k = 1$ ，在海域宽度  $W$  内随机生成起点和条带宽度，即对于任一解向量  $X_i = [x_i, d_i]$ ，其初始化方式为

$$x_i = lb + rand_1 \cdot (ub - lb), d_i = lb + rand_1 \cdot (ub - lb), \tag{57}$$

其中  $lb$  为取值区间的下界,  $ub$  为上界, 本文中  $lb = 0, ub = W$ ,  $x$  和  $d$  的上下界相同;

**Step2** 迭代终止条件判断; 迭代终止条件判断; 判断当前迭代代数  $k$  与最大迭代代数  $N$  的关系, 当  $k > N$  时, 结束迭代, 输出当前代数的最优解  $PZ_k$

**Step3** 解的第一阶段更新; 对于任一解  $X_i$ , 引入其非支配排序值的倒数  $\frac{1}{rank_i}$  为其适应度函数, 解的利用下式对其进行更新

$$X_i^{new} = X_i + random(PZ_k - IX_i), \quad (58)$$

其中  $random$  为 0-1 之间的随机数,  $PZ_k$  为当前迭代的最优解, 即适应度最大的解,  $I$  为集合 1,2 内的随机数, 若  $X_i^{new}$  优于  $X_i$ , 则利用  $X_i^{new}$  替换  $X_i$ ;

**Step4** 解的第二阶段更新; 对于任一解  $X_i$ , 利用迭代代数自适应策略来进行解的更新, 即

$$X_i^{new} = X_i + R(2random - 1)(1 - \frac{k}{N})X_i, \quad (59)$$

其中  $R$  为常数 0.01,  $k$  为当前迭代代数,  $N$  为最大迭代代数, 若  $X_i^{new}$  优于  $X_i$ , 则利用  $X_i^{new}$  替换  $X_i$ ;

**Step5** 返回 Step2, 令  $k = k + 1$ , 进行下一轮迭代。

## 7.5 求解结果

针对子海域划分结果, 本文对每个子海域分别使用上述算法进行求解, 并对求解结果进行合并, 最终得到如下计算结果:

表 3 问题四求解结果

测线总长度	漏测百分比	重叠率大于 20% 的长度
372992.80	10.41	20557.20

其中, 前五个区域的规划详细结果信息如表4所示。

表 4 部分区域详细结果信息

测线总长度	漏测面积	重叠率大于 20 长度	所需船数量
119268.8	7133086.79	0	20
40003.2	0	10000.8	12
20001.6	0	0	6
35780.64	0	0	6
8519.2	4.58	0	10

由上述结果可知相邻条带间重叠率大于 20% 的测线长度与测线总长度之比仅为 5.5%。

## 8 模型与算法总结与评价

### 8.1 模型与算法优点

1. 问题二本文在建立多波束测深覆盖宽度的模型的过程中引入了菱柱体辅助模型的建立，简化了等效角度的计算；
2. 问题三本文针对问题解向量的特殊性，在群智能算法的启发下提出了适用于问题解向量的求解算法；
3. 问题四本文将复杂的海域进行分块处理，并将各个分块利用以直代曲的思想简化为坡面，便于模型的建立与求解。

### 8.2 模型和算法缺点

本文在问题四的模型求解中对各个子海域的测线设计方案进行了完全随机化处理，导致解的搜索范围过大。

## 参考文献

- [1] 成芳. 多波束测量测线布设优化方法研究 [J]. 海洋技术学报,2016,35(02):87-91.
- [2] Trojovská,Dehghani and Trojovský, “Zebra Optimization Algorithm: A New Bio-Inspired Optimization Algorithm for Solving Optimization Algorithm,” in IEEE Access, vol. 10, pp. 49445-49473, 2022.
- [3] Sarada M,Prabhujit M. American zebra optimization algorithm for global optimization problems.[J]. Scientific reports,2023,13(1).
- [4] Hamouda M A,Salah K,H. M H, et al. An improved wild horse optimization algorithm for reliability based optimal DG planning of radial distribution networks[J]. Energy Reports,2022,8.
- [5] 武文星, 田立勤, 王志刚等. 基于新型非支配排序的多目标麻雀优化算法 [J]. 计算机应用研究,2022,39(07):2012-2019.

## 附录 A 问题一代码

### prob1Main.m

```
d=[-800,-600,-400,-200,0,200,400,600,800];
d0=200; % 测线间隔
D0=70; % 中心点海水深度
theta=120; % 角度制
theta=theta*pi/180; % 弧度制
alpha=1.5; % 角度制
alpha=alpha*pi/180; % 弧度制

dim=size(d,2);
depth=zeros(1,dim);
coverTotal=zeros(1,dim);
overlap=zeros(1,dim);

coverDS=[];
coverSS=[];

[~,~,lastRight]=prob1CalFunc(d(1,1),theta,alpha,D0); % 记录上一右侧覆盖
for i=1:dim
    [Di,deep,shallow]=prob1CalFunc(d(1,i),theta,alpha,D0);
    coverDS=[coverDS,deep];
    coverSS=[coverSS,shallow];
    depth(1,i)=Di;
    coverTotal(1,i)=(deep+shallow)*cos(alpha);
    if i~=1
        overlap(1,i)=1-(d0/cos(alpha))/(lastRight+deep);
        lastRight=shallow; % 记录上一右侧覆盖
    end
end

result=[depth;coverTotal;overlap.*100];

% 可视化
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(d(1,2:end),overlap(1,2:end))
subplot(2,1,2)
res=[d;coverDS;coverSS];
drawFig(res,2000,600,-1000,0)
```

### prob1CalFunc.m

```
function [depth,coverDeep,coverShallow]=prob1CalFunc(d,theta,alpha,D0)
```

```

%PROB1CALFUNC 计算问题一指标
% depth 海水深度
% coverDeep 测线深水侧的覆盖
% couverShallow 测线浅水侧的覆盖
% d 测线距中心点处的距离(中心点为0)(米)
% DO 中心点海水深度

depth=DO-d*tan(alpha); % 海水深度
coverDeep=(sin(theta/2)*depth)/cos(alpha+theta/2); % 测线深水侧的覆盖
coverShallow=(sin(theta/2)*depth)/cos(alpha-theta/2); % 测线浅水侧的覆盖
end

```

## drawFig.m

```

function drawFig(data,seaLen,seaWid,seaStartX,seaStartY)
%DRAWFIG 绘制平面俯视覆盖图
% data 第一行数据为船的测线所对应的x
%      第二行为测线对应深水的覆盖范围在水平面的投影长度
%      第二行为测线对应浅水的覆盖范围在水平面的投影长度
% seaLen 海域总长度

% 绘制海域
rectangle('Position',[seaStartX seaStartY seaLen
    seaWid],'edgecolor','k','linewidth',1.8,'lineStyle','-')

[~,num]=size(data); % 测线条数
% 给矩形上色
for i=1:num
    line([data(1,i),data(1,i)],[0,seaWid],'color','b','lineStyle','--');
    hold on
    fill([data(1,i)-data(2,i),data(1,i)+data(3,i),data(1,i)+data(3,i),data(1,i)-data(2,i)],...
        [0 0 seaWid seaWid],'b','lineStyle','-','FaceAlpha',0.1)
    hold on
end
end
end

```

## 附录 B 问题二代码

### prob2Main.m

```

d=[0,0.3,0.6,0.9,1.2,1.5,1.8,2.1];
DO=120; % 中心点海水深度
theta=120; % 角度制
theta=theta*pi/180; % 弧度制

```

```

alpha=1.5; % 角度制
alpha=alpha*pi/180; % 弧度制
beta=[0,45,90,135,180,225,270,315]; % 角度制
beta=beta.*pi./180; % 弧度制

dim1=size(beta,2);
dim2=size(d,2);
depth=zeros(dim1,dim2);
coverTotal=zeros(dim1,dim2);
for i=1:dim1
    for j=1:dim2
        [Di,deep,shallow]=prob2CalFunc(d(1,j),theta,alpha,beta(1,i),D0);
        depth(i,j)=Di;
        coverTotal(i,j)=deep+shallow;
    end
end

result=coverTotal.*cos(alpha)

```

### prob2CalFunc.m

```

function [depth,coverDeep,coverShallow]=prob2CalFunc(d,theta,alpha,beta,D0)
%PROB1CALFUNC 计算问题一指标
% depth 海水深度
% coverDeep 测线深水侧的覆盖
% couverShallow 测线浅水侧的覆盖
% d 测线距中心点处的距离(中心点为0)(海里)
% D0 中心点海水深度

tanOmega=-tan(alpha)*cos(beta); % tan(omega)
phi=atan(tan(alpha)*sin(beta)); % phi

depth=D0-1852*d*tanOmega; % 海水深度
coverDeep=(sin(theta/2)*depth)/cos(phi+theta/2); % 测线深水侧的覆盖
coverShallow=(sin(theta/2)*depth)/cos(phi-theta/2); % 测线浅水侧的覆盖
end

```

## 附录 C 问题三代码

### prob3Main.m

```

D0=110; % 中心点海水深度
theta=120; % 角度制
theta=theta*pi/180; % 弧度制

```

```

alpha=1.5; % 角度制
alpha=alpha*pi/180; % 弧度制

SNlen=4*1852; % 南北长
EWwid=2*1852; % 东西宽

% 第一条测线生成范围最大值
dFirstMax=(sin(theta/2)*cos(alpha)/cos(alpha+theta/2)*(D0+SNlen/2*tan(alpha))...
    /(sin(theta/2)*sin(alpha)/cos(alpha+theta/2)+1);

% 贪心求解代码
res=[dFirstMax];
coverDSet=[];
coverSSet=[];
C=sin(theta/2)/cos(alpha+theta/2);
dcur=dFirstMax; % 当前已遍历长度
[depth,coverDeep,coverShallow]=prob3CalFunc(dcur,theta,alpha,D0,SNlen);
coverDSet=[coverDSet,coverDeep*cos(alpha)];
coverSSet=[coverSSet,coverShallow*cos(alpha)];
temp=dcur+coverShallow*cos(alpha);
while temp<SNlen
    % 计算下一船所在位置d的范围
    dmax=(coverShallow+C*depth)/(1/cos(alpha)/0.9+C*tan(alpha))+dcur;
    % dmin=(coverShallow+C*depth)/(1/cos(alpha)/0.8+C*tan(alpha))+dcur;
    % nextpos=rand*(dmax-dmin)+dmin;
    nextpos=dmax;
    dcur=nextpos; % 当前已遍历长度
    res=[res,dcur];
    [depth,coverDeep,coverShallow]=prob3CalFunc(dcur,theta,alpha,D0,SNlen);
    coverDSet=[coverDSet,coverDeep*cos(alpha)];
    coverSSet=[coverSSet,coverShallow*cos(alpha)];
    temp=dcur+coverShallow*cos(alpha);
end

% 可视化
data=[res;coverDSet;coverSSet];
drawFig(data,SNlen,EWwid,0,0);
% 贪心求解结束

pop={}; % 种群
popsize=20; % 种群数量
Max_iter=100; % 最大迭代次数
p=0.5; % 变异概率

for i=1:popsize % 初始化
    pop{i,1}=[dFirstMax,prob3Generate(dFirstMax*rand,theta,alpha,D0,SNlen)];

```

```

end

fitness=zeros(popsiz,1);
for i=1:popsiz
    fitness(i,1)=length(pop{i,1});
end
[bestfit,bestindex]=min(fitness);
bestind=pop{bestindex,1};

for i=1:Max_iter % 迭代寻优
    % 变异策略
    for j=1:popsiz
        if rand<p
            origin=pop{j,1};
            point=randi(length(origin)-1); % 重新生成开始位点
            newind=[origin(1,1:point),prob3Generate(origin(1,point),theta,alpha,DO,SNlen)];
            if length(newind)<fitness(j,1)
                pop{j,1}=newind;
                fitness(j,1)=length(pop{j,1});
            end
        end
    end
    % 更新最优解
    [bestfit,bestindex]=min(fitness);
    bestind=pop{bestindex,1};
end

bestind,bestfit

```

## prob3Generate.m

```

function res=prob3Generate(dStart,theta,alpha,DO,SNlen)
%PROB3GENERATE 从当前位置开始随机产生后续部分的解向量
% dStart 起始船的测线所在位置
% DO 起始船的测线所在位置
% SNlen 南北长

C=sin(theta/2)/cos(alpha+theta/2);

res=[];
dcur=dStart; % 当前已遍历长度
[depth,~,coverShallow]=prob3CalFunc(dcur,theta,alpha,DO,SNlen);
temp=dcur+coverShallow*cos(alpha);
while temp<SNlen
    % 计算下一船所在位置d的范围
    dmax=(coverShallow+C*depth)/(1/cos(alpha)/0.9+C*tan(alpha))+dcur;

```

```

dmin=(coverShallow+C*depth)/(1/cos(alpha)/0.8+C*tan(alpha))+dcur;
nextpos=rand*(dmax-dmin)+dmin;
dcur=nextpos; % 当前已遍历长度
res=[res,dcur];
[depth,~,coverShallow]=prob3CalFunc(dcur,theta,alpha,D0,SNlen);
temp=dcur+coverShallow*cos(alpha);
end
end

```

### prob3CalFunc.m

```

function [depth,coverDeep,coverShallow]=prob3CalFunc(d,theta,alpha,D0,SNlen)
%PROB3CALFUNC 计算问题一指标
% depth 海水深度
% coverDeep 测线深水侧的覆盖
% coverShallow 测线浅水侧的覆盖
% d 测线距中心点处的距离(中心点为0)(米)
% D0 中心点海水深度
% SNlen 南北长

depth=D0+(SNlen/2-d)*tan(alpha); % 海水深度
coverDeep=(sin(theta/2)*depth)/cos(alpha+theta/2); % 测线深水侧的覆盖
coverShallow=(sin(theta/2)*depth)/cos(alpha-theta/2); % 测线浅水侧的覆盖
end

```

## 附录 D 问题四代码

### prob4Main.m

```

Pos=pos; % pos为附件所给矩阵 251*201
M=max(max(pos));
Pos=M-Pos; % 转化为海底坡面高度的数据
[SN,EW]=size(Pos);
figure(1)
contourf(0:0.02:4,0:0.02:5,Pos,20);

% Pos=flipud(Pos);
delta=20; % 差值阈值
% 海底坡面分块
% 主分界线
X_main=2.9482;
% 等深线分界线
curP=1;
X=[];

```

```

for i=2:EW
    % 西东方向上分界线
    if abs(Pos(1,i)-Pos(1,curP))>delta
        X=[X,i];
        curP=i;
    end
end

curP1=1;
curP2=1;
Y1=[];
Y2=[];
for i=2:SN
    % 西东方向左侧分界线
    if abs(Pos(i,1)-Pos(curP1,1))>delta
        Y1=[Y1,i];
        curP1=i;
    end
    % 西东方向右侧分界线
    if abs(Pos(i,EW)-Pos(curP2,EW))>delta
        Y2=[Y2,i];
        curP2=i;
    end
end

% 分块可视化
co='k';
figure(1)
line([X_main,X_main],[0,5],'color','r','linestyle','-','lineWidth',1.5);
for i=1:size(X,2)
    p=X(1,i)/EW*4;
    if X(1,i)==148
        continue
    end
    line([p,p],[0,5],'color',co,'linestyle','--','lineWidth',1);
end

for i=1:size(Y1,2)
    p=Y1(1,i)/SN*5;
    line([0,X_main],[p,p],'color',co,'linestyle','--','lineWidth',1);
end

for i=1:size(Y2,2)
    p=Y2(1,i)/SN*5;
    line([X_main,4],[p,p],'color',co,'linestyle','--','lineWidth',1);
end

```

```

% 可视化结束

% 对于每一个方块开始优化
X=[1,X,EW];
Y1=[1,Y1,SN];
Y2=[1,Y2,SN];
length1Total=0;
areaTotal=0;
length2Total=0;
for i=2:size(X,2)
    Xrange=[X(1,i-1),X(1,i)];
    if X(1,i)<=148
        for j=2:size(Y1,2)
            Yrange=[Y1(1,j-1),Y1(1,j)];
            [length1,area,length2]=prob4SW(Xrange,Yrange,pos,Pos);
            length1Total=length1Total+length1;
            areaTotal=areaTotal+area;
            length2Total=length2Total+length2;
        end
    else
        for j=2:size(Y2,2)
            Yrange=[Y2(1,j-1),Y2(1,j)];
            [length1,area,length2]=prob4SW(Xrange,Yrange,pos,Pos);
            length1Total=length1Total+length1;
            areaTotal=areaTotal+area;
            length2Total=length2Total+length2;
        end
    end
end

ratio=areaTotal/(5*4*1852*1852);

```

## prob4SeabedFig.m

```

Pos=pos; % pos为附件所给矩阵 251*201
M=max(max(pos));
Pos=M-Pos;
subplot(1,2,1)
mesh(0:0.02:4,0:0.02:5,Pos)
colorbar
subplot(1,2,2)
[A,-]=contourf(0:0.02:4,0:0.02:5,Pos,20);

```

## prob4CalSeabed.m

```

function [alpha,direction,Hcenter]=prob4CalSeabed(Xrange,Yrange,pos,Pos)

```

```

%PROB4CALSEABED 计算某一海域内的坡面坡度、朝向及其中心点深度
% Xrange 待优化X索引范围
% Yrange 待优化Y索引范围
% alpha 弧度制夹角
% direction 深水所在方位 1-x正 2-y正 3-x负 4-y负

[SN,EW]=size(Pos);
% 求解海底坡面平均法向量
num=10; % 随机取10组三个点
sumV=[0,0,0];
for i=1:num
    % 随机生成三个顶点
    X1=randi(Xrange);
    X2=randi(Xrange);
    while X2==X1
        X2=randi(Xrange);
    end
    X3=randi(Xrange);
    while X3==X1||X3==X2
        X3=randi(Xrange);
    end

    Y1=randi(Yrange);
    Y2=randi(Yrange);
    while Y2==Y1
        Y2=randi(Yrange);
    end
    Y3=randi(Yrange);
    while Y3==Y1||Y3==Y2
        Y3=randi(Yrange);
    end

    Z1=Pos(Y1,X1);
    Z2=Pos(Y2,X2);
    Z3=Pos(Y3,X3); % 坡面高度

    X1=X1/EW*4*1852;Y1=Y1/SN*5*1852;
    X2=X2/EW*4*1852;Y2=Y2/SN*5*1852;
    X3=X3/EW*4*1852;Y3=Y3/SN*5*1852;

    A=[X1,Y1,Z1];
    B=[X2,Y2,Z2];
    C=[X3,Y3,Z3];

    AB=B-A;AC=C-A;
    N=cross(AB,AC);

```

```

    if N(1,3)<0
        N=-N;
    end
    sumV=sumV+N;
end
N=sumV./num;

% 求解海底坡面的方向
if abs(N(1))>abs(N(2))
    % 将其法向量看作与y轴垂直
    if N(1)>0
        direction=1;
    elseif N(1)<0
        direction=3;
    end
else
    % 将其法向量看作与x轴垂直
    if N(2)>0
        direction=2;
    elseif N(2)<0
        direction=4;
    end
end

% 计算海底坡面夹角
if direction==1||direction==3
    alpha=atan(abs(N(1))/N(3));
else
    alpha=atan(abs(N(2))/N(3));
end

% 计算中心点深度
Hcenter=mean(mean(pos(Yrange(1):Yrange(2),Xrange(1):Xrange(2))));

end

```

## prob4SW.m

```

function [length1,area,length2]=prob4SW(Xrange,Yrange,pos,Pos)
%PROB4SW 对某一区域内的船分布进行优化
% Xrange 待优化X索引范围
% Yrange 待优化Y索引范围

% 计算当前坡面的信息(坡角、中心点深度)
% direction 深水所在的方位 1-x正 2-y正 3-x负 4-y负
[alpha,direction,Hcenter]=prob4CalSeabed(Xrange,Yrange,pos,Pos);

```

```

% 水域总长度
if direction==1||direction==3
    TotalLength=(Xrange(2)-Xrange(1))*0.02*1852; % 米
    TotalWidth=(Yrange(2)-Yrange(1))*0.02*1852;
else
    TotalLength=(Yrange(2)-Yrange(1))*0.02*1852; % 米
    TotalWidth=(Xrange(2)-Xrange(1))*0.02*1852;
end

% 第一条最大位置 (贪心)
%
    dFirstMax=(sin(theta/2)*cos(alpha)/cos(alpha+theta/2)*(Hcenter+TotalLength/2*tan(alpha)))...
%    /(sin(theta/2)*sin(alpha)/cos(alpha+theta/2)+1);

% 斑马优化算法
% 解向量两个维度,第一个维度表示第一艘船的位置 (从深水区开始)
%     第二个维度表示船与船的间距
popsize=50;
Max_iter=200;
lb=[0,TotalLength*0.05];
ub=[TotalLength,TotalLength];
dim=2;

param.seaLen=TotalLength;
param.seaWid=TotalWidth;
param.Hcenter=Hcenter;
param.alpha=alpha;
param.theta=120/180*pi;
[~,Best_pos,~]=ZOA(popsize,Max_iter,lb,ub,dim,@prob4fitness,param);
[length1,area,length2]=fitness(Best_pos,param);

end

```

## prob4fitness.m

```

function fitness=prob4fitness(X,param)
%PROB4FITNESS 计算当前情况对应的解向量
% X 解向量 第一维表示起始位置 第二维表示船间隔
% length1 测线总长度
% ratio 漏测海域比例
% length2 重叠率超20%的测线总长度

seaLen=param.seaLen;
seaWid=param.seaWid;
Hcenter=param.Hcenter;
alpha=param.alpha;

```

```

theta=param.theta;

dFirstX=X(1,1);
disB=X(1,2);

% 重叠率超20%的测线总长度计算

% 所有船的位置生成
ship=dFirstX;
while ship(1,end)+disB<seaLen
    ship=[ship,ship(1,end)+disB];
end
while ship(1,1)-disB>0
    ship=[ship(1,1)-disB,ship];
end

% 测线总长度计算
length1=seaWid*length(ship);

% 漏测海域面积计算
area=0;
% 第一条和最后一条漏测面积之和计算
dfirstx=ship(1,1);dlastx=ship(1,end);
depth=Hcenter+(seaLen/2-dfirstx)*tan(alpha); % 海水深度
coverDeepX=(sin(theta/2)*depth)/cos(alpha+theta/2)*cos(alpha); % 测线深水侧的覆盖
if dfirstx-coverDeepX>0
    area=area+(dfirstx-coverDeepX)*seaWid;
end
depth=Hcenter+(seaLen/2-dlastx)*tan(alpha); % 海水深度
coverShallowX=(sin(theta/2)*depth)/cos(alpha-theta/2)*cos(alpha); % 测线浅水侧的覆盖
if seaLen-(dlastx+coverShallowX)>0
    area=area+(seaLen-(dlastx+coverShallowX))*seaWid;
end

% 中间海域漏测面积计算 以及重叠率超过20%计算
length2=0;
for i=1:size(ship,2)-1
    dfirstx=ship(1,i);dnextx=ship(1,i+1);
    depth=Hcenter+(seaLen/2-dfirstx)*tan(alpha); % 海水深度
    coverDeepX=(sin(theta/2)*depth)/cos(alpha+theta/2)*cos(alpha); % 测线深水侧的覆盖
    depth=Hcenter+(seaLen/2-dnextx)*tan(alpha); % 海水深度
    coverShallowX=(sin(theta/2)*depth)/cos(alpha-theta/2)*cos(alpha); % 测线浅水侧的覆盖
    if dfirstx+coverDeepX<dnextx-coverShallowX
        area=area+(dnextx-dfirstx-(coverDeepX+coverShallowX))*seaWid;
    else
        eta=1-(dnextx-dfirstx)/(coverDeepX+coverShallowX);
        if eta>0.2

```

```

        length2=length2+seaWid;
    end
end
end
end

fitness=(length1+area+length2)/3;
end

```

## fitness.m

```

function [length1,area,length2]=fitness(X,param)
%FITNESS 计算当前情况对应的解向量
% X 解向量 第一维表示起始位置 第二维表示船间隔
% length1 测线总长度
% ratio 漏测海域比例
% length2 重叠率超20%的测线总长度

seaLen=param.seaLen;
seaWid=param.seaWid;
Hcenter=param.Hcenter;
alpha=param.alpha;
theta=param.theta;

dFirstX=X(1,1);
disB=X(1,2);

% 重叠率超20%的测线总长度计算

% 所有船的位置生成
ship=dFirstX;
while ship(1,end)+disB<seaLen
    ship=[ship,ship(1,end)+disB];
end
while ship(1,1)-disB>0
    ship=[ship(1,1)-disB,ship];
end

% 测线总长度计算
length1=seaWid*length(ship);

% 漏测海域面积计算
area=0;
% 第一条和最后一条漏测面积之和计算
dfirstx=ship(1,1);dlastx=ship(1,end);
depth=Hcenter+(seaLen/2-dfirstx)*tan(alpha); % 海水深度
coverDeepX=(sin(theta/2)*depth)/cos(alpha+theta/2)*cos(alpha); % 测线深水侧的覆盖

```

```

if dfirstx-coverDeepX>0
    area=area+(dfirstx-coverDeepX)*seaWid;
end
depth=Hcenter+(seaLen/2-dlastx)*tan(alpha); % 海水深度
coverShallowX=(sin(theta/2)*depth)/cos(alpha-theta/2)*cos(alpha); % 测线浅水侧的覆盖
if seaLen-(dlastx+coverShallowX)>0
    area=area+(seaLen-(dlastx+coverShallowX))*seaWid;
end
% 中间海域漏测面积计算 以及重叠率超过20%计算
length2=0;
for i=1:size(ship,2)-1
    dfirstx=ship(1,i);dnextx=ship(1,i+1);
    depth=Hcenter+(seaLen/2-dfirstx)*tan(alpha); % 海水深度
    coverDeepX=(sin(theta/2)*depth)/cos(alpha+theta/2)*cos(alpha); % 测线深水侧的覆盖
    depth=Hcenter+(seaLen/2-dnextx)*tan(alpha); % 海水深度
    coverShallowX=(sin(theta/2)*depth)/cos(alpha-theta/2)*cos(alpha); % 测线浅水侧的覆盖
    if dfirstx+coverDeepX<dnextx-coverShallowX
        area=area+(dnextx-dfirstx-(coverDeepX+coverShallowX))*seaWid;
    else
        eta=1-(dnextx-dfirstx)/(coverDeepX+coverShallowX);
        if eta>0.2
            length2=length2+seaWid;
        end
    end
end
fitness=(length1+area+length2)/3;
end

```

## ZOA.m

```

function [Best_fit,Best_pos,Conver_curve]=ZOA(pop_size,Max_iter,lb,ub,dim,fobj,param)
%% 初始化
X=zeros(pop_size,dim); % 解向量
for i=1:dim
    X(:,i)=lb(i)+rand(pop_size,1).*(ub(i)-lb(i));
end

fit=zeros(1,pop_size); % 适应度/目标函数值
for i=1:pop_size
    L=X(i,:);
    fit(i)=fobj(L,param);
end

%% 迭代过程
for t=1:Max_iter

```

```

% 更新全局最优解 (先锋斑马PZ)
[bestx,index]=min(fit);
if t==1
    PZ=X(index,:);
    fbest=bestx;
elseif bestx<fbest
    fbest=bestx;
    PZ=X(index,:);
end

% PHASE1: Foraging Behaviour
for i=1:pop_size
    I=round(1+rand);
    X_newP1=X(i, :)+ rand(1,dim).*(PZ-I.* X(i,:)); %Eq(3)
    X_newP1=max(X_newP1,lb);X_newP1 = min(X_newP1,ub);

    % Updating X_i using (5)
    f_newP1=fobj(X_newP1,param);
    if f_newP1<=fit(i)
        X(i,:)=X_newP1;
        fit(i)=f_newP1;
    end
end

% PHASE2: defense strategies against predators
Ps=rand;
k=randperm(pop_size,1);
AZ=X(k,:);% attacked zebra (randomly selected)
for i=1:pop_size
    if Ps<0.5
        % S1: the lion attacks the zebra and thus the zebra chooses an escape strategy
        R=0.1;
        X_newP2=X(i, :)+R*(2*rand(1,dim)-1)*(1-t/Max_iter).*X(i,:);% Eq. (5) S1
        X_newP2=max(X_newP2,lb);
        X_newP2=min(X_newP2,ub);
    else
        % S2: other predators attack the zebra and the zebra will choose the offensive
        strategy
        I=round(1+rand(1,1));
        X_newP2=X(i, :)+rand(1,dim).*(AZ-I.*X(i,:)); %Eq(5) S2
        X_newP2=max(X_newP2,lb);
        X_newP2=min(X_newP2,ub);
    end

    f_newP2=fobj(X_newP2,param); %Eq (6)
    if f_newP2<=fit(i)

```

```
        X(i,:)=X_newP2;
        fit(i)=f_newP2;
    end
end

    bestSoFar(t)=fbest;
    % average(t)=mean(fit);
end % t=1:Max_iter

Best_fit=fbest;
Best_pos=PZ;
Conver_curve=bestSoFar;
end
```